BA'ZI BIR SONLI YIG'INDILARNI KETMA-KETLIKNING DISKRET HOSILASI YORDAMIDA HISOBLASH.

X. F. Sharipov
Samarqand Davlat Universiteti, Samarqand, O'zbekiston.

S. F. Sharipova
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti Jizzax filiali

L. Xoliqov
Samarqand Iqtisodiyot va Servis Instituti akademik litseyi,

E-mail: sh_xurshid@yahoo.com

Epigraph: *The goal of generalization had become so fashionable that a generation of mathematicians had become unable to relish beauty in the particular, to enjoy the challenge of solving quantitative problems, or to appreciate the value of technique. Abstract mathematics was becoming inbred and losing touch with reality; mathematical education needed a concrete counterweight in order to restore a healthy balance. D. Knut.*

Ushbu ishda ketma-ketliklar uchun diskret hosila, diskret boshlang'ich tushunchalari keltirilgan. Diskret hosila xossalari keltirilgan bo'lib, ularni odatiy hosila xossalari bilan solishtirilgan. Nyuton-Leybniz va bo'laklab integrallash formulalarining diskret analogi keltirib o'tilgan. Bulardan tashqari chekli yig'indilarni hisoblash uchun ketma-ketlikning diskret hosilasini tadbiq etish taklif etilgan.

Ta'rif. a_n ketma-ketlikning diskret hosilasi deb, $\Delta a_n = a_n - a_{n-1}$ ga aytiladi.

Misol.

1. $a_n = 1, \Delta a_n = 1 - 1 = 0.$
2. $a_n = n, \Delta a_n = n - (n-1) = 1.$
3. $a_n = n^2, \Delta a_n = n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1.$

4. $a_n = n^3, \Delta a_n = n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1.$
5. $a_n = k^n, \Delta a_n = k^n - k^{n-1} = k^{n-1}(k-1).$

Bu misollardan ko'rinib turibdiki, diskret hosilaning odatiy hosilaga o'xshash taraflari bor ekan. Quyida yig'indi, ayirma, ko'paytma va nisbatlarning diskret hosilalarini keltirib o'tamiz.

$$\Delta(a_n \pm b_n) = \Delta a_n \pm \Delta b_n.$$
$$\Delta(a_n b_n) = a_n \Delta b_n + b_{n-1}\Delta a_n.$$
$$\Delta\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{b_n \Delta a_n - a_n \Delta b_n}{b_n b_{n-1}}.$$

Haqiqatdan ham o'xshash jixatlari ko'p ekan. Hosila tushunchasi kiritilgandan keyin boshlang'ich funksiya tushunchasi kiritiladi. Xo'sh diskret boshlang'ich tushunchasi qanday kiritilar ekan.

Ta'rif. a_n ketma-ketlikning diskret boshlang'ichi deb, $a_n = \Delta A_n$ shartni qanoatlantiruvchi A_n ketma-ketlikka aytiladi.

Misol-1.

1. $a_n = 1, \Delta A_n = 1 \Rightarrow A_n = n.$
2. $a_n = n = \frac{2n-1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\Delta n^2 + \Delta n}{2} \Longrightarrow A_n = \frac{n^2+n}{2}.$

Diskret boshlang'ichning ham odatiy boshlang'ich bilan o'xshashliklari bor ekan. Nyuton-Leybnits formulasining diskret analogini izlashga harakat qilaylik.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_n = A_1 - A_0 + A_2 - A_1 + \ldots A_n - A_{n-1} = A_n - A_0.$$

Demak, Nyuton-Leybnits formulasining diskret analogini quyidagicha yozishimiz mumkin ekan:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = A_i|_1^n = A_n - A_0.$$

Ma'lumki, sonli qatorning yig'indisini topish uchun qismiy yig'indilar ketma-ketligining limitini topish kerak, biroq qismiy ketma-ketlikni topishda qiyinchiliklarga duch kelish mumkin. Quyida ba'zi bir yig'indilarni topish masalasini ko'rib chiqamiz.

Misol-2.

1. $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2.$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \left.\frac{2i^3 + 3i^2 + i}{3}\right|_1^n = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{3}.$$

2. $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3$.

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left.\frac{i^4 + 2i^3 + i^2}{4}\right|_1^n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

Bu misollarda to'g'ridan- to'g'ri diskret boshlang'ichni topish orqali yig'indi hisoblandi. Biroq har doim ham diskret boshlang'ichni topib bo'lmaydi. Masalan, $\sum_{i=1}^{n} ip^i$ yig'indini hisoblashda, ip^i ketma-ketlikning diskret boshlang'ichini hisoblashga to'g'ri keladi. Buning uchun bo'laklab integrallashning diskret analogini keltiramiz:

$$\sum_{i=x}^{y} a_i \Delta(b_i) = a_y b_y - a_{x-1} b_{x-1} - \sum_{i=x}^{y} b_{i-1} \Delta(a_i).$$

Endi yuqoridagi misolga qaytamiz.

Misol-3. Quyidagi yig'indini hisoblang $S_n = \sum_{i=1}^{n} ip^i$.

$p^i = \Delta \frac{p^{i+1}}{p-1}$, $S_n = \sum_{i=1}^{n} i\Delta \frac{p^{i+1}}{p-1}$, $a_i = i, b_i = \frac{p^{i+1}}{p-1}$

$$\sum_{i=1}^{n} i\Delta \frac{p^{i+1}}{p-1} = n\frac{p^{n+1}}{p-1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{p^i}{p-1}\Delta(i) = n\frac{p^{n+1}}{p-1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{p^i}{p-1} =$$

$$= n\frac{p^{n+1}}{p-1} - \frac{1}{p-1}\sum_{i=1}^{n} p^i = n\frac{p^{n+1}}{p-1} - \frac{1}{p-1}\sum_{i=1}^{n} \Delta \frac{p^{i+1}}{p-1} = n\frac{p^{n+1}}{p-1} - \frac{p^{n+1} - p}{(p-1)^2} =$$

$$= \frac{np^{n+2} - (n+1)p^{n+1} + p}{(p-1)^2}.$$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} ip^i = \frac{np^{n+2} - (n+1)p^{n+1} + p}{(p-1)^2}.$$

REFERENCES

1. Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. Конкретная математика. Основание информатики: Пер. с англ.- М.: Мир, 1998.- 703с., ил.
2. Paul Wilmott; Sam Howison; Jeff Dewynne. The Mathematics of Financial Derivatives: A student Introduction. Cambridge University Press.1995. p. 137. ISBN 978-0-521-49789-3.
3. А.Ж. Сейтов, Ф.Х. Абдумавлонова. Решение геометрических задач с помощью математического пакета MAPLE. Academic research in educational sciences, 2021. Т.2 №6 Pp.933-941.
4. S.Kh.Khasanova A.J.Seytov, A.J. Khurramov, S.N.Azimkulov, M.R.Sherbaev, A.A.Kudaybergenovю. Optimal control of pumping station operation modes by

cascades of the Karshi main canal. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology, 2021. Tom 8. №4. Pp. 17177-17185.

5. А. Ж. Сейтов А. Р. Кутлимурадов Р. Н. Тураев Э. М. Махкамов Б. Р. Хонимкулов. Оптимальные управления водных ресурсов крупных магистральных каналов с каскадом насосных станций ирригационных систем. academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 2 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723 DOI: 10.24411/2181-1385-2021- 00193. Стр. 265- 273.
6. А.В. Кабулов, А.Ж. Сейтов, А.А. Кудайбергенов. Критерий управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов водохозяйственных систем. ILIM hám JÁMIYET. Стр. 6-8
7. АЖ Сейтов, БР Ханимкулов, М Гаипов, О Хамидуллаева, НК Мурадов. Численные алгоритмы решения задач оптимального academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 8 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: 5.723 Directory Indexing of International Research Journals-CiteFactor 2020-21: 0.89 DOI: 10.24412/2181-1385-2021-8-153-160 Academic Research, Uzbekistan 159 www.ares.uz Управления объектами каршинского магистрального канала. Academic research in educational sciences. Т. 2 № 3 pp. 1145- 1145.
8. А.Ж. Сейтов, Б.Р. Ханимкулов, М.А. Гаипов, М.Р. Юсупов. Зарафшон дарёси оқимининг ҳосил бўлишига атмосфера ёғинлари ва ҳаво ҳароратининг таъсири. Academic research in educational sciences. Т.2 №5. Стр. 156-162.
9. A.A. Kudaybergenov A.J. Seytov, A.R. Kutlimuradov, R.N. Turaev, N.K. Muradov. Mathematical model of optimal control of the supply canal to the first pumping station of the cascade of the Karshi main canal. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. T. 8 № 3 pp. 16790- 16797.
10. A.J.Seytov, A.J. Khurramov, S.N.Azimkulov, M.R.Sherbaev, A.A.Kudaybergenov. S.Kh.Khasanova. International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology. T. 8 №2 ISSN: 2350-0328. Pp. 17177- 17185.
11. Рахимов Ш.Х., Сейтов А.Ж. Теоретико-множественная модель насосной станции, оснащенная осевыми поворотно-лопастными насосными агрегатами. Материалы республиканской научной онлайн конференции молодых ученых «современные проблемы математики и прикладной математики» посвященной 100 летию академика С.Х.Сираждинова (21 мая 2020 г.) Стр. 78-82.

12. Сейтов А. Ж., Кудайбергенов А. А., Хонимкулов Б. Р. Моделирования двумерного неустановившегося движения воды на открытых руслах на основе проекционного метода. сборник докладов Республиканской научнотехнической конференции «Инновационные идеи в разработке информационно-коммуникационных технологий и программных обеспечений» 15-16 мая 2020 года. САМАРҚАНД. Стр. 60-63.
13. Рахимов Ш. Х., Сейтов А. Ж., Кудайбергенов А. А. Критерии управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов водохозяйственных систем. Abstracts of IX International Scientific and Practical Conference Kharkiv, Ukraine 2-4 August 2020. Стр. 125-131.
14. Mekhriban Salaeva, Kakhramon Eshkaraev, Aybek Seytov. Solving mathematical problems in unusual ways with excellent limits. European Scientific Conference. Пенза, 17 мая 2020 года pp. 254-257.
15. А.Сейтов. Оптимальные методы управления водных ресурсов в крупных магистральных каналах ирригационных систем. AGRO ILM – O„ZBEKISTON QISHLOQ VA SUV XO„JALIGI. Махсус сон. 2020. Ташкент. Стр. 84-86.
16. Ш.Х. Рахимов, А.Ж. Сейтов, А.А. Кудайбергенов. Оптимальное управление распределением воды в магистральных каналах ирригационных систем. ILIM hám JÁMIYET. SCIENCE and SOCIETY Scientific-methodical journal Series: Natural-technical sciences. Social and economic sciences. Philological scienes. pp. 8- 10.
17. А.В.Кабулов, А.Ж.Сейтов, А.А.Кудайбергенов, Критерий управления задач оперативного управления водными ресурсами объектов водохозяйственных систем. ILIM hám JÁMIYET. science and society Scientific-methodical journal Series: Natural-technical sciences. Social and economic sciences. Philological scienes №2 2020. Pp.6-7.
18. Ш. Х. Рахимов, А. Ж. Сейтов, М. Р. Шербаев, Д. Жумамурадов, Ф. Ж. Дусиѐров. Структура базы данных и программные модули для моделирования управления водными ресурсами каскада насосных станций каршинского магистрального канала. Мелиорация 2019 3(89) стр. 85-91. (№5, web of science IF=0.144)
19. А. Ж. Сейтов А. Р. Кутлимурадов Р. Н. Тураев Э. М. Махкамов Б. Р. Хонимкулов. Оптимальные управления водных ресурсов крупных магистральных каналов с каскадом насосных станций ирригационных систем. academic research in educational sciences volume 2 | ISSUE 2 | 2021 ISSN: 2181- 1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF) 2021: (№5, web of science IF=5.723)