MAKTAB O`QUVCHILARIGA QIZIQARLI MASALALARNI TENGLAMALAR TUZIB YECHISHNI O’RGATISH METODIKASI.

Isayev Nurbek Faxriddin o`g`li

JDPI Matematika o`qitish metodikasi kafedrasi

Usarov Sardor Abdunazirovich

JDPI Matematika o`qitish metodikasi kafedrasi

Annotatsiya: Ushbu tezisda qiziqarli masalalarni tenglamalar orqali yechishga urg`u berilgan. Qiziqarli masalalar orqali o`quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishga alohida e`tibor berilgan.

Аннотация: Этот тезис подчеркивает решение интересных проблем с помощью уравнений. Особое внимание уделяется развитию логического мышления студентов через интересные вопросы.

Annotation: This thesis emphasizes the solution of interesting problems through equations. Particular attention is paid to the development of students' logical thinking through interesting issues.

Kalit so`zlar: Mantiqiy fikrlash, diofant tenglamalari, qiziqarli masalalar, algebra tili, metod.

Ключевые слова: Логическое мышление, диофантовы уравнения, интересные задачи, алгебраический язык, метод.

Keywords: Logical thinking, Diophantine equations, interesting problems, algebraic language, method.

Matematika darsligi o'quvchilarni ba'zi masalalarni tenglamalar tuzib yechishga o'rgatishni nazarda tutadi. Masalalarni tenglamalar tuzib yechish, qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallarining noma'lum sonlarini topishga doir sodda masalalar yechishga o'rgatish va misollar bilan birgalikda matnli masalalarni tenglamalar yordamida yechib o’quvchilarning bilimlarini mustahkamlash muhim vazifa hisoblanadi. Mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantirish va rivojlaritirishga, o'z fikrlarini mustaqil bayon qila olishga zamin yaratib, o'quvchilarni fikrlash dunyoqarashini kengaytirib, ularning zehnini va hozirjavoblik fazilatini tarbiyalash bosh maqsaddir. “Sonlar yoki kattaliklarning mavhum munosabatiga mansub savollarni hal etish uchun masalani o’z tilimizdan algebra tiliga o’tkazish kerak” deb yozadi buyuk Nyuton o’zining **“Barchaga barobar taalluqli arifmetika”** deb nomlangan algebra darsligida. Ona tilidan algebra tiliga o’tkazishni qanday bajarishni Nyuton misollarda ko’rsatgan. Mana ulardan biri:

Ona tilida	**Algebra tilida**
Savdogar ma`lum bir miqdor pulga ega edi.	x
Birinchi yil u 100 funt sarf qildi.	$x-100$
Qolgan summaga uning uchdan birini qo`shdi.	$(x-100)+\frac{x-100}{3}=\frac{4x-400}{3}$
Kelgusi yil u yana 100 funt sarf qildi.	$\frac{4x-400}{3}-100=\frac{4x-700}{3}$
Va qolgan summani uning uchdan bir qismiga orttirdi.	$\frac{4x-700}{3}+\frac{4x-700}{9}=\frac{16x-2800}{9}$
Uchinchi yil u yana 100 funt sarf qildi.	$\frac{16x-2800}{9}-100=\frac{16x-3700}{9}$
Keyin qoldiqga uning uchdan birini qo`shdi.	$\frac{16x-3700}{9}+\frac{16x-3700}{27}=\frac{64x-14800}{27}$
Uning kapitali boshlang`ichidan ikki marta katta bo`ldi.	$\frac{64x-14800}{27}=2x$

Savdogarning boshlang’ich kapitalini aniqlash uchun oxirgi tenglamani yechish qoldi.

Tenglamalarni yechishning yechish aslida qiyinchilik tug`dirmaydi. Aksincha, tenglamalarni masala shartlari asosida tuzish ko’proq qiyinchilik tug’diradi. Algebra tili kam so’zli, shuning uchun unga ona tilining ko’proq iboralarini qiyinchiliksiz o'tkazish mumkin. Turli qiyinchilikdagi o'tkazishlar uchraydi. Bunga o'quvchi quyida keltirilgan birinchi darajali tenglamalarni tuzishga oid keltirilgan qator misollarda ishonch hosil qiladi.

Masala. (To'rt aka-uka)

To'rt aka-ukada 45 so'm pul bor edi. Agar birinichisining puli 2 so'mga oshirilib, ikkinchisining puli 2 so'mga kamaytirilsa, uchinchisining puli ikki marta oshirilib, to'rtinchisining pulini ikki marta kamaytirilsa, u holda hammalarining pullari teng bo'lib qoladi. Har birida qanchadan pul bor?

Yechish:

To`rt aka-ukada 45 so`m	$x+y+z+t=45$
Birinchisining pulini 2 so`mga oshirilsa	$x+2$
Ikkinchisining puli 2 so`mga kamaytirilsa	$y-2$
Uchinchisining puli 2 marta oshirilsa	$2z$
To`rtinchisining puli 2 marta kamaytirilsa	$\frac{t}{2}$
U holda hammalarida bir xil pul bo`lar edi.	$x+2=y-2=2z=\frac{t}{2}$

Oxirgi tenglamani uchta alohida tenglamaga ajratamiz:

$$x+2=y-2,$$
$$x+2=2z,$$
$$x+2=\frac{t}{2}.$$

bu yerdan

$$y=x+4,$$
$$2=\frac{x+2}{2},$$
$$t=2x+4.$$

Bu qiymatlarni birinchi tenglamaga qo'yib,

$$x + x + 4 + \frac{x+2}{2} + 2x + 4 = 45$$

ni olamiz, bunda $x = 8$ ekanligini ma'lum bo'ladi. Shundan so'ng: $y = 12,\ z = 5,\ t = 20$ ni topamiz. Demak, aka-ukalarda 8 so'm, 12 so'm, 5 so'm bo'lgan.

Masala. (Sveter sotib olish)

Siz do'konda sotib olingan sveteringiz uchun 19 so'm to'lashingiz kerak. Sizda faqat uch so'mlik, kassirda esa faqat besh so'mliklar. Shunday pullar bo'lganida siz kassir bilan hisoblasha olasizmi va qanday?

Masalaning savoli shundan iboratki, siz kassirga nechta uch so'mlik berib va qaytimiga nechta besh so'mliklar olib 19 so'm to'lashingiz kerak. Masaladagi noma'lumlar ikkita. Uch so`mliklar soni (x) va besh so'mliklar soni (y). Ammo faqat bitta tenglama tuzish mumkin:

$$3x - 5y = 19$$

Garchi ikki noma'lumli bitta tenglama cheksiz ko'p yechimga ega bo'lsa ham, lekin ularni yechish birmuncha qiyinchilik tug`diradi. Mana shuning uchun algebra shunga o'xshash "aniqmas" tenglamalarni yechish metodlarini ishlab chiqdi. Ularni algebraga kiritish bu fanning birinchi Yevropa vakili, qadimgi mashhur matematik Diofantga tegishli, shuning uchun bunday tenglamalar ***diofant tenglamalari*** deb ataladi.

Yechish: Keltirilgan misolda bunga o'xshash tenglamalarni qanday yechilishini ko'rsatamiz. Bu yerda $3x - 5y = 19$ tenglamadagi x va y ning qiymatlarini bunda x va y - butun va musbat sonlar ekanligini bilgan holda topish kerak.

Koeffitsenti kichik noma'lumni, ya'ni $3x$ hadini yakkalaymiz; bu holda quyidagini olamiz:

$3x = 19 + 5y,$ bu yerda $x = \frac{19+5y}{3} = 6 + y + \frac{1+2y}{3}.$

x , 6 va y - butun sonlar bo'lgani uchun, tenglik ham butun son bo'lgandagina to'g'ri bo'ladi. uni t bilan belgilaymiz. u holda $x = 6 + y + t,$ bunda

$t=\frac{1+2y}{3}$ va demak, $3t=1+2y=3t-1.$ Bu tenglamadan y ni topamiz $y=\frac{3t-1}{2}=t+\frac{t-1}{2}.$

y va t butun sonlar bo'lgani uchun, $\frac{t-1}{2}$ ham biror butun son bo'lishi kerak.

Shunday qilib, $y=t+t_1$. Shu bilan birga $t_1=\frac{t-1}{2}$ bu yerda $2t_1=t-1$ va $t=2t_1+1$ qiymatlarni avvalgi tengliklarga qo'yamiz:

$$y=t+t_1=(2t_1+1)+t_1=3t_1+1,$$

$$x=6y+t=6+(3t_1+1)+(2t_1+1)=8+5t_1.$$

Shunday qilib, x va y uchun quyidagi ifodalarni topdik:

$$x=8+5t_1,$$
$$y=1+3t_1.$$

x va y sonlarni bilamizki, ular nafaqat butun, balki musbat hamdir, ya'ni 0 dan kattadir. Demak,

$$8+5t_1>0,$$
$$1+3t_1>0.$$

Bu tengsizliklardan quyidagilarni topamiz:

$$5t_1>-8 \text{ va } t_1>-\frac{8}{5},$$

$$3t_1>-1 \text{ va } t_1>-\frac{1}{3}.$$

Shu bilan t_1 kattalik chegaralanadi; u $\left(-\frac{1}{3}\right)$ dan katta (va, demak, turgan gapki, $-\frac{8}{5}$ dan katta). Ammo, t_1 butun son, bunda xulosa qilamizki, uning uchun quyidagi qiymatlargina olish mumkin:

$$t_1=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,...$$

x va y ga mos keluvchi qiymatlar quyidagilar:

$$x = 8 + 5t_1 = 8,\ 13,\ 18,\ 23,\dots$$
$$y = 1 + 3t_1 = 1,\ 4,\ 7,\ 10,\dots$$

Endi biz haqning qanday to'lanishi mumkinligini aniqladik:

Siz 8 ta uch so'mlik to'laysiz va qaytimiga bitta 5 so'mlik olasiz:

$8 \cdot 3 - 5 = 19$

yoki 13 ta uch so'mlik to'laysiz va qaytimiga 4 ta 5 so'mlik olasiz:

$13 \cdot 3 - 4 \cdot 5 = 19,$

va hokazo.

Nazariy jihatdan masala sanoqsiz yechimlar qatoriga ega, amaliy jihatdan esa yechimlar soni chegaralangan, chunki na xaridorda va na kassirda sanoqsiz ko'p kredit biletlar yo`q. Agar, masalada, har birida hammasi bo'lib 10 tadan bilet bo'lsa, u holda haqni to'lash birgina usul bilan amalga oshiriladi: 8 ta uch so'mlikni berish va 5 so'm qaytim olish. Ko'ramizki, aniqmas tenglamalar amaliy jihatdan to'la aniq yechimlar juftlarini berishlari mumkin. Bizning masalalarga qaytar ekanmiz, o'quvchiga mashq sifatida uning variantini mustaqil yechishni, ya'ni aynan xaridorda faqat besh so'mliklar, kassirda esa faqat uch so'mliklar bor holatni ko'rib chiqishni taklif etamiz. Natijada quyidagi yechimlar qatori hosil bo'ladi:

$$x = 5,\ 8,\ 11,,\dots$$
$$y = 2,\ 7,\ 12,\dots$$

Haqiqatdan ham,

$$5 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 19,$$
$$8 \cdot 5 - 7 \cdot 3 = 19,$$
$$11 \cdot 5 - 12 \cdot 3 = 19,$$

Bu natijalarni biz asosiy masalaning tayyor yechimidan oddiy algebra usulida foydalanib olishimiz ham mumkin edi. Chunki besh so'mliklarni berish va uch so'mliklarni olish, bu manfiy besh so'mliklarni olish va manfiy uch so'mliklarni berishning o'zidir, u holda masalaning yangi varianti biz asosiy masalaga tuzgan tenglamaning o'zi bilangiga yechiladi:

$$3x - 5y = 19,$$

Ammo endi x va y ga manfiy sonlar bo’lgan shartda.

Shuning uchun $x = 8 + 5t_1, \quad y = 1 + 3t_1$.

Tengliklardan biz, $x < 0$ va $y < 0$ ekanligini bilgan holda $8 + 5t_1 < 0, \ 1 + 3t_1 < 0$ ni keltirib chiqamiz va, demak,

$$t_1 < -\frac{8}{5}.$$

$t_1 = -2, -3, -4,$ va h.k. deb olib, biz oldingi formulalardan x va y uchun quyidagi qiymatlarni hosil qilamiz:

$$t_1 = -2, -3, -4,$$
$$x = -2, -7, -12,$$
$$y = -5, -8, -11.$$

Yechimlarning birinchi jufti $x = -2, y = -5$ shuni bildiradiki, haridor “minus” 2 ta uch so’mlik to’laydi va 5 ta besh so’mlik to’laydi va qaytimiga 2 ta uch so’mlik oldi. Xuddi shunga o’xshash tarzda qolgan yechimlarni tushuntiramiz.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YXATI

1. S.Alixonov “Matematika o’qitish metodikasi”-Cho’lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent-2011
2. Algebra va matematik asoslari, I qism: Akademik litseylar uchun darsligi / Abdurahmonov A.U., Nasimov H.A. va boshqalar.-T.:O’qituvchi, 2002.
3. Vafayev R. va boshq. Algebra va analiz asoslari: Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o’quv qo’llanmasi. - T.:O’qituvchi, 2001.
4. B.Abdurahmonov “Matematika induksiya metodi” - T.:2008.
5. Mamatov Sh «Matematika va informatika o’qitish metodikasi» fanidan o’quv-uslubiy majmua. – Samarqand: SamDU nashri.: 2010.
6. Saidaxmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Moliya, 2003.
7. Matematika. Akademik litsey va kasb – hunar kollejlari uchun o‘quv dasturi. (A.Abdushukurov va boshq.). T. 2010 y.

8. Соловьев Ю. П. Задачи по алгебре и теории чисел для математических школ. Ч. 1 - 3. — М.: школа им. А. Н. Колмогорова, 1998

9. Asqar Zunnunov ”Pedagogika nazariyasi”.”Aloqachi”, Toshkent-2006.